Corrigé-type de l'épreuve «Analyse des risques III – M1 HSST »

Q_1(1 pt**) –** Un processus markovien homogène est un processus où la transition d'un état à un instant donné ne dépend pas du passé du système mais plutôt que de l'état dans lequel se trouve le système au moment de sa transition entre deux états. De plus les taux de transitions sont constants.

Q_2(2 pts**) –** Propriétés de la matrice de transitions : la matrice est dite stochastique $\Rightarrow$ elle remplit, donc, les propriétés des matrices dites stochastiques dont les plus importantes sont : (i) la somme des éléments d'une colonne est égale à zéro, (ii) les éléments de la diagonale principale sont négatifs, (iii) la matrice est dite creuse et (iv) tous les éléments de la matrice sont des probabilités.

Q_3(1 pt**) –** Une chaine de Markov sans mémoire est une chaîne dont son évolution dans le temps ne dépend pas de l'occupation des états antérieurs à l'état dans lequel se trouve le système à un instant donné.

Q_4(2 pts**) – Oui**, le graphe d'états (GE) d'un système à deux composants est le même quelque soient ses deux configurations (série ou parallèle). Car, il a les mêmes états (en nombre de quatre). Mais, ce qui différencie ces deux configurations est la nature des états qui est typique à chaque configuration. Ainsi, pour une configuration « série », le système à seulement un seul état de marche (état « AB ») alors que pour une configuration en redondance active totale, le nombre des états de marche s'élève à trois (AB, $\bar{A}B$ et $A\bar{B}$).

Q_5(2 pts**) –** Etats de panne critique et non-critique : un état de panne critique est un état où la réparation d'un composant en panne est insuffisant pour que le système devienne fonctionnel tandis que un état de panne non-critique est un état où la réparation d'un seul composant défaillant suffit pour rendre le système à nouveau fonctionnel.

Q_6(2 pts**) –** Les expressions mathématiques de l'équation d'états d'un GE sont les suivantes :

$$P'(t) = M.P(t) \Rightarrow P(t) = e^{Mt}.\ P(0)$$

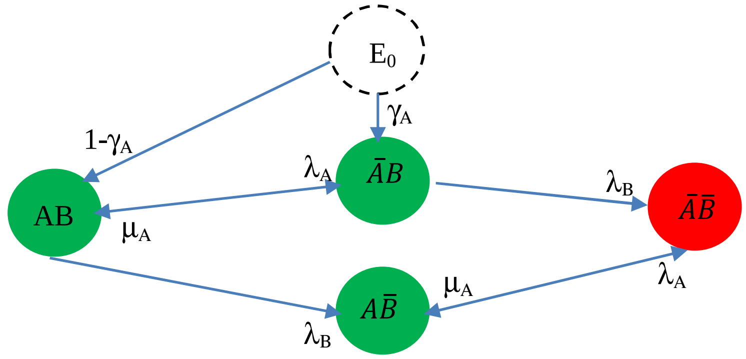
$$P'(t) = M.P(t) \Rightarrow P(t+dt) = M^*t.\ P(t)$$

$$\text{Si } t = n.dt \Rightarrow P(t) = (M^*)^n\ P(0)$$

Q_7(2 pts**) –** L'intérêt de prendre en compte le « refus de démarrage » des composants du système est de ne plus considérer l'évidence de trouver le système dans son premier état à l'instant initial (Pour rappel, le premier état $\Rightarrow$ tous les éléments du système sont en fonctionnement).

<u>Exercice</u> (8 pts)

Q_1 (4 pts) – GE du système à deux composants en redondance active totale et où le composant « A » est réparable et peut avoir un refus de démarrage tandis que le composant « B » est irréparable et démarre certainement à t_0 :



Q_2 (2 pts) – M matrice de transition du système ainsi que le vecteur des conditions initiales

$$M = \begin{bmatrix} -(\lambda_A + \lambda_B) & \mu_A & 0 & 0 \\ \lambda_A & -(\mu_A + \lambda_B) & 0 & 0 \\ \lambda_B & 0 & -\lambda_A & \mu_A \\ 0 & \lambda_B & \lambda_A & -\mu_A \end{bmatrix} ; P(t=0) = \begin{bmatrix} 1-\gamma_A \\ \gamma_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Q_3 (2 pts) –L'indisponibilité temporelle du système $\Rightarrow$ probabilité que le système se trouve dans l'état de panne «$\bar{A}\bar{B}$ » à l'instant « t » :

$$\boxed{P'_{\bar{A}\bar{B}}\text{ (t)} = \lambda_B dt. P_{\bar{A}B}(t) + \lambda_A dt P_{A\bar{B}}(t) - \mu_A dt. P_{\bar{A}\bar{B}}(t)}$$